



「天文中的三角學」工作坊

適用年級：中學二至四年級

推行模式：全班及分組活動（每組 4 人）

教學時間：120 分鐘（+75 分鐘，視乎選擇的內容）

學習範疇：通識科 / 數學科

已有知識：簡單了解三角學、相似三角形、二元一次方程式及有關圓形的計算方法

活動簡介

在末有望遠鏡及先進的科技時，聰明的古代人已經能夠透過觀測及簡單的數學計算出地球的大小、地月及地日的距離在這工作坊中，我們將穿越時空，透過各項的量度練習了解古代人的智慧。

教學目標

科學知識

- 認識何為物理量，並分辨量度和計算的分別及其關係與重要性
- 認識弧及弦的計算方法
- 認識人類如何以三角學等數學原則計算物件的大小及距離
- 認識視差法

科學技能

- 掌握如何正確選擇及使用不同的工具量度長度、大小及距離
- 認識三角學在日常生活中的應用

其他

- 嘗試利用簡單的科學及數學知識解決看來複雜的難題
- 學習與他人合作解難

教學程序

時間	課堂大綱	教學活動及實驗	工作紙 / 記錄紙相關部分
20 分鐘	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 認識量度及國際基本單位的定義和重要性 	熱身活動：這是甚麼物件？ 活動 1：量度長度挑戰（分組活動）	記錄紙 A 部分
15 分鐘	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 重溫各項有關數學的概念 	思考及討論：數學概念重溫 <ul style="list-style-type: none"> - 三角學的 Sin、Cos 及 Tan - 相似三角形的規則及定義 - 圓周的計算方法 - 平行線及角度 - 二元一次方程式 	工作紙 A 部分
15 分鐘 (+25 分鐘)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 學習使用量角器計算物件的高度 	活動 2：量角器製作（個人及分組活動） 活動 3：量度巨型物件的高度（分組活動，實際所需時間視乎目標物件）	-
15 分鐘	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 學習弧的計算方法 ➤ 認識古時人類計算地球大小的方法 	思考及討論：如何以圓周及角度的比例計算弧線的長度？ 思考及討論：古時人類如何計算地球大小？	工作紙 B 部分
15 分鐘 (+25 分鐘)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 認識視差法 ➤ 學習使用兩個量角器計算物件的距離 	思考及討論：如何透過量度觀察位置的差異去量度物件的位置（視差法） 活動 4：與遠處物件的距離（分組活動，實際所需時間視乎目標物件）	記錄紙 B 部分 工作紙 C 部分
15 分鐘	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 學習弦的計算方法 ➤ 認識古時人類計算地月及地日距離的方法 	思考及討論：古時人類如何計算地月距離？ 思考及討論：如何以三角學及圓形的特徵來計算弦？ 思考及討論：古時人類在哪時最容易計算到地日距離？	工作紙 D 部分
15 分鐘 (+25 分鐘)	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 認識古時人類計算月球及太陽的大小的方法 	思考及討論：相似三角形有甚麼特徵？ 思考及討論：古時人類如何計算月球大小？ 思考及討論：古時人類在哪時最容易計算到太陽的直徑？ 活動 5：遠處物件的大小（分組活動，實際所需時間視乎目標物件）	記錄紙 C 部分 工作紙 E 部分
10 分鐘	<ul style="list-style-type: none"> ➤ 學習計算太陽系外遙遠恆星的距離 	思考及討論：天文學家如何利用視差法計算太陽系外遙遠恆星的距離？	工作紙 F 部分

1. 物理量是用來描述一個物體物理上的特質或屬性。根據國際單位制 (SI 制)，現時共有 7 個基本物理量，這些基本的物理量無法由其它物理量衍生出來，其單位如下：

基本物理量	單位	符號
時間	秒 (second)	s
長度	米 (meter)	m
質量	公斤 (kilogram)	kg
電流	安培 (ampere)	A
溫度	開爾文 / 度 (kevin)	K
光強度	坎德拉 (candela)	cd
物質量	摩爾 (mole)	mol

2. 其他的物理量則由基本的物理量衍生出來，如：面積 (Area, m^2)、速度 (Speed, m/s) 及密度 (Density, g/cm^3)
3. **地球的大小**：古人把兩支木杆立於南北兩方距離很遠的地方，正午時太陽垂直照射兩支木杆時，利用杆影的長度可計出角度。把兩個影子的角度相減得出「角度 θ 」，再量度兩地的距離得出「弧度」，利用方程式： $(\text{圓周} / 360^\circ) = (\text{弧} / \text{角度})$ ，就可以計算出地球的「圓周」，從而得出地球的半徑
4. **視差法**：以兩個不同的位置觀察一件物體，物體與後方景物的相對位置就會有差異，物體愈近，差異就會愈大。視差法就是以這個差異去計算該物體的距離。天文學家會以視差法來測量月球、太陽及太陽系以外的恆星等天體
5. **地月距離**：從地球上兩個相距較遠的地方同時觀測月球，以這兩個位置的相距距離加上兩地各自的視仰角 (或視差角)，可以正切 (Tan) 及代入二元一次方程式計算出地月距離
6. **地日距離**：當計算到地月距離後，古時的人開始嘗試測量地日距離。但由於陽光太刺眼，不能直接觀察太陽，所以多以間接的方法及特定的時間來測量。當半月 (即農曆初七或廿一) 及太陽剛下山時，就能以太陽及月球之間的角直徑及餘弦 (Cos) 來計算地日距離
7. **月球的大小**：一件物件愈近，看來就會愈大 (即角直徑愈大)，而兩個相似三角形相應的邊長比率是相同的。古人就是以這兩個特性來計算月球的直徑
8. **太陽的大小**：古時的人在日蝕時發現月球的角直徑與太陽非常接近，所以只要知道地日距離就能推算太陽的大小
9. 由於其他恆星離地球很遠，如果想以視差法來準確計算它們的距離，兩個觀察的位置必需要夠遠。天文學家以半年的時間 (即地球在公轉軌道上運行半個圈時間) 在地球上觀察同一顆恆星，就能記錄到該顆恆星最大的視差角。連同地球公轉軌道的半徑 (即地日距離) 及正切 (Tan) 就能推算出那顆恆星的距離。恆星的視差角愈大，就代表那顆恆星離地球愈近

課堂活動詳情

熱身活動：這是甚麼物件？

- 目的： 增加同學的專注力，並以不同量度工具的相片帶出「量度」的定義」
- 流程： 1) 讓同學細心觀察螢幕的提示，猜測相片中的物件
2) 讓學生了解相片中所有的物件都是量度工具
- 延伸討論： 1) 量度的重要性是甚麼？
- 能夠以量化作比較兩件物件的物理量
- 能夠根據量度的結果來複製物件或事件
2) 甚麼是單位？
- 單位是人類定義出來以形容或計算物理量的大小
- 複製物件或事件時能夠更加準確
- 現時有 7 個國際基本單位，所有的單位也是由這 7 個基本單位衍生出來的
- 物資： 簡報

活動 1：量度長度挑戰（分組活動）

- 目的： 考驗同學的解難能力，並帶出「量度」與「計算」的分別
- 流程： 1) 只派 1 把米尺及 1 把大約 30 厘米的間尺來量度工作紙上的物件。每組都要量度所有物件的長度，不能分享結果
2) 最後每組報告各自的量度方法（重點是「方法」而不是量度的「結果」）
- 延伸討論： 1) 如何選擇合適的量度工具？
需要正確使用米尺或間尺，或使用更準確的量度工具，如：卡尺可以準確量度一張咭紙的厚度。有時亦要利用其他輔助工具來增加量度的準確性，如：使用兩件木樁固定乒乓球，兩件木樁的距離就等如乒乓球的直徑
2) 「量度」與「計算」有甚麼分別？
當沒有合適的量度工具或不能直接量度時，就需要利用公式來計算物件的物理量，如：量度膠杯口的直徑來計算膠杯口外圍的圓周；先把咭紙對摺幾次再量度，最後以除數計算一張咭紙的厚度
3) 小組之間有互相合作嗎？
當工具不夠用，與他人合作，分享工具，就可以更方便達到目的，例如：借助第二組的米尺來量度課室兩邊的距離
4) 天體的大小及距離是很難直接量度，需要用計算等間接方法才能得到答案。所需的資源亦非常龐大，必需集合很多人和資源才能完成
- 物資： 每組咭紙 1 張、木樁 2 個、膠杯 1 個、乒乓球 1 個、墨水筆 1 支、間尺 1 把、米尺 1 把、量度長度挑戰 - 記錄紙 1 張

活動 2：量角器製作（個人及分組活動）

- 目的： 製作一個量角器來量度角度，從而幫助計算巨型物件的高度、大小及距離
- 流程：
- 1) 先把萬字夾夾在綿繩的一端
 - 2) 把綿繩的另一端穿過量角器（輔助工具一）上的小孔位置，並用膠紙固定在量角器的背面
 - 3) 最後把飲管用膠紙貼在量角器的指定位置
 - 4) 兩個同學一組，其中一個透過飲管觀察目標物件，如：天花板上的燈，另一位同學則記錄量角器上所顯示的仰角
- 物資： 每人飲管 1 支、綿繩約 80 厘米、萬字夾 1 個、膠紙適量、剪刀 1 把、輔助工具一（量角器）

活動 3：量度巨型物件的高度（分組活動，所需時間視乎目標物件）

- 目的： 利用活動 2 中的量角器量度及計算巨型物件的高度
- 流程：
- 1) 先尋找一件巨型物件為目標，如：大樹
 - 2) 與該物件保持一定距離；然後站立並使用量角器量度物件頂部的仰角，如：樹頂
 - 3) 再以卷尺量度觀察者與物件的距離，最後用三角學中的正切 (Tan) 計算物件的高度
- 延伸討論： 如何更準確計算目標物件的高度？
把計算出來的高度減去觀察者眼睛與地面的高度
- 物資： 每組活動 2 中的量角器 1 個、5m 拉尺 / 30m 卷尺（視乎目標物件）1 把

活動 4：遠處物件的距離（分組活動，所需時間視乎目標物件）

- 目的： 利用活動 2 中兩個量角器量度及計算與遠處物件的距離
- 流程：
- 1) 先尋找一件遠處的物件為目標，如：窗外的路牌
 - 2) 兩位同學分別使用其量角器觀察遠處的物件，並記錄各自的角度
 - 3) 使用卷尺量度兩個觀察者的距離
 - 4) 以卷尺量度觀察者與物件的距離，最後以三角學及二元一次方程式計算觀察者與物件的距離
- 延伸討論： 1) 如何更準確計算目標物件的距離？
兩個觀察者之間的距離愈遠，誤差就愈小
- 物資： 每組活動 2 中的量角器 2 個、拉尺 / 30m 卷尺（視乎目標物件）1 把

活動 5：遠處物件的大小（分組活動，所需時間視乎目標物件）

目的： 利用比例尺量度及計算遠處物件的大小

流程：

- 1) 先把大小不同的圓形貼紙貼到課室的黑板上
- 2) 兩位同學一組，以卷尺量度觀察者與黑板的距離
- 3) 把米尺穿入比例尺（輔助工具二），其中一位同學透過比例尺中的 V 形空隙觀察圓形貼紙的大小
- 4) 另一位同學量度觀察者與比例尺之間的距離，最後以相似三角形來計算圓形貼紙的實際大小

延伸討論： 如何更準確計算目標物件的距離？
兩個觀察者之間的距離愈遠，誤差就愈小

物資： 每組輔助工具二（比例尺）、米尺、拉尺 / 30m 卷尺（視乎目標物件）1 把、大小不同的圓形貼紙